UNIVERSITATEA ALEXANDRU IOAN CUZA
FACULTATEA DE PSIHOLOGIE ȘI ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI

"Formarea gândirii și a limbajului științific în învățământul primar"

Rezumat

COORDONATOR ȘTIINȚIFIC:

Prof. Ph.D. Constantin Cucos

DOCTORAND:

Ph.D. student: Saleh Y. Abo-Romi

2020

Cuprins

Deseori, la orele de matematică de la școală, elevilor li se cere să formuleze și să testeze ipoteze, să explice și să fundamenteze concluzii și să dovedească teoreme sau afirmații de ordin general. Dovada reprezintă instrumentul matematic prin care, pe bază de argumente, se determină corectitudinea unei afirmații matematice și i se conferă o validare universală, sau, dimpotrivă, se confirmă că respectiva afirmație este falsă, fiind astfel infirmată (Hanna, 1989).

Structura argumentării poate fi reprezentată în mai multe moduri (Makar, Bakker & Ben-Zvi, 2015). În conformitate cu structura logică a proceselor de gândire, argumentul ajută persoana care susține o afirmație să-și prezinte cuvintele într-o manieră logică, respectiv să-și exprime opinia, să o dovedească și, uneori, chiar să înainteze o propunere de soluționare. Mai mult decât atât, un grad înalt de argumentare reliefează un grad înalt de competență (Glassner & Schwartz, 2001). Elevii din școlile elementare folosesc metode de argumentare externă, tehnici de argumentare empirică și o tehnică de justificare analitică (Flores, 2002).

Lucrarea de față abordează tendința manifestată de elevii din învățământul primar, respectiv aceea de a prefera utilizarea de considerente de raționament inductiv atunci când li se prezintă o afirmație aritmetică și atunci când trebuie să examineze raționamentul de tip inductiv, ca dovadă matematică pentru justificarea unei afirmații aritmetice. Acest aspect va fi discutat în documentul de față în contextul literaturii de specialitate, prin prisma modului de gândire al elevilor și a cunoștințelor acestora în raport cu dovada matematică, punând accent pe tendința elevilor de a apela la tehnici inductive atunci când analizează afirmații matematice. În primul rând, voi prezenta influența exercitată de intuiție asupra modului de gândire și voi continua cu metodele deductive și inductive acceptabile pentru determinarea dovezii în matematică și în științele empirice.

Conform savantului și matematicianului Karl Friedrich Gauss, matematica este "Regina Științelor" (Wolfershausen & Wolfgang, 1856). Majoritatea teoriilor matematice, ca și în cazul teoriilor pentru domenii precum fizică și biologie, se bazează pe ipoteze și deducții. Mulți filoz ofi consideră că matematica nu poate fi infirmată, așadar nu se încadrează la definiția științei formulată de Karl și Popper (Popper & Karl, 1995). Cu toate acestea, în multe Universități există o Facultate de Matematică și Științe ale Naturii, ceea ce sugerează că cele două domenii sunt intercorelate, însă nu se suprapun.

Conform unui alt curent de gândire, anumite domenii științifice (de exemplu fizica teoretică) sunt de fapt matematică fundamentată pe axiome concepute pentru a corespunde realității. În orice caz, matematica are multe în comun cu domenii ale științelor exacte. Conceptul conform căruia matematica este limbajul fizicii și al altor științe datează de mult timp și își are originea în Grecia antică.

Având în vedere complexitatea limbajului matematic, procesul de dezvoltare a gândirii matematice presupune o serie de stadii și de limitări, astfel încât cunoașterea modurilor de gândire și a procesului de dezvoltare cognitivă a elevilor reprezintă elemente extrem de importante pentru conceperea procesului de predare. Mulți cercetătorii fac trimitere la diferitele abordări care vizează dezvoltarea gândirii la o vârstă timpurie și la implicațiile acestor abordări asupra învățării matematicii. Abordările diferă din perspectiva a două dimensiuni principale. Una dintre dimensiuni se referă la gradul în care structurile și procesele de dezvoltare depind de anumite domenii - acestea putând să se manifeste cu un ritm uniform în sectoare diferite, sau cu un ritm diferit în sectoare diverse -, precum și la autonomia procesului de dezvoltare - acest proces putând să fie înnăscut sau dependent de mediul înconjurător (Dehaene & Cohen, 1995).

Conform susținerilor lui Piaget (1965), copiii nu au o atitudine pasivă față de mediul înconjurător. Dimpotrivă: copiii sunt atenți la mediu, caută soluții în mod activ și, bineînțeles, pun întrebări. Piaget a pus accent pe procesele cognitive de dobândire și de prelucrare a cunoștințelor (mai degrabă decât pe cunoștințele pe care le dobândesc copiii). În acest sens, a realizat o comparație între dezvoltarea inteligenței și dezvoltarea fiziologică.

Teoria lui Piaget (ca și în cazul teoriei lui Freud și Eriksson) este o teorie care se derulează în stadii, fiind caracterizată prin patru astfel de stadii. Piaget a identificat patru stadii majore ale procesului de dezvoltare cognitivă. În fiecare stadiu, pe baza realizărilor aferente stadiilor precedente, copiii dobândesc noi aptitudini intelectuale.

Trebuie menționat că, deși succesiunea stadiilor este bine stabilită, fiecare persoană urmează un ritm propriu. Totodată, fiecare stadiu este caracterizat de diferențe de ordin interpersonal și intercultural.

Semnificația operațiilor concrete:

Operație - acțiunea de gândire logică

Concret - tangibil.

Plecând de la noțiunile mai sus menționate, se observă că, atunci când li se solicită să furnizeze explicații sau să prezinte argumente, elevii sunt în continuare influențați, în „noua" lor gândire logică, de exemple și gândire inductivă. Acest fapt poate fi explicat ca reprezentând un stadiu al gândirii logice care are legătură cu mediul înconjurător tangibil. Dacă așa stă situația, acest stadiu este caracterizat de un raționament care face trimitere numai la lumea conceptuală, situația fiind ilustrată numai prin exemple concrete. Întrucât gândirea este deja logică, pentru prima dată, se dobândesc toate caracteristicile gândirii care lipseau în stadiul preconceptual. În opinia mea, dobândirea acestor caracteristici conceptuale diferă de la elev la elev. Anumiți elevi au capacitatea de a realiza acțiuni logice exclusiv în situații care presupun obiecte concrete, tangibile. De cealaltă parte, există elevi care au capacitatea de a înțelege prin intermediul exemplelor simbolice sau verbale. Elevii din această categorie au nevoie în continuare de ilustrare prin exemple. Cu alte cuvinte, acești elevi dispun în continuare de capacități de gândire inductivă, însă, cu cât exemplele verbale sau simbolice constau în exemple concrete ilustrate printr-un grafic sau prin exemple numerice simple, cu atât mai bine. Astfel de elevi au o capacitate de gândire mai avansată; cu toate acestea, copiii aflați în acest stadiu pot raționa cu privire la ceea ce este tangibil, însă nu și cu privire la ceea ce este posibil, ipotetic.

În conformitate cu teoria lui Piaget, copilul se eliberează din strânsoarea gândirii concrete și dobândește capacitatea gândirii abstracte în mod treptat. Procesul de trecere de la un stil de gândire la altul este în funcție de capacitatea de gândi mai departe de ceea ce este tangibil. În consecință, este posibilă utilizarea aptitudinilor elevilor care au capacități de gândire formală. Totuși, aceștia au nevoie de exemple concrete sau inductive pentru a ilustra situația aferentă unui anumit argument, sau înainte de a înțelege sau de a contesta o dovadă cu privire la care va trebui să facă deducții cu caracter inductiv.

În opinia mea, între stadiile trei și patru există un stadiu intermediar de tranziție, sau, cu alte cuvinte, există posibilitatea divizării celor două stadii (trei și patru) în două părți: stadiul trei, prima parte, constând în operații concrete simple și partea a doua constând în operații concrete complexe. Iar cu privire la stadiul patru, prima parte deductivă de nivel scăzut și a doua parte deductivă. Cu alte cuvinte, sugerez că elevul, pentru a face trecerea de la stadiul operațiilor concrete către stadiul operațiilor de gândire formală, se va regăsi într-un stadiu intermediar, pe care îl voi denumi stadiul raționamentului deductiv scăzut, care va face legătura dintre cele două stadii mai sus menționate.

Există trei abordări principale pentru o gândire de ordin superior în domeniul educației, și anume: abordarea bazată pe aptitudini, abordarea bazată pe înțelegere şi abordarea bazată pe tendințe. Gândirea de ordin superior se reflectă și în cuvintele lui Swartz (2008), care a propus conceptul de stimulare și revigorare a învățării în contextul gândirii de ordin superior. Acest proces de învățare se bazează pe abordarea constructivistă care urmărește dezvoltarea unei înțelegeri în profunzime a unui subiect care prezintă importanță pentru elev. O astfel de înțelegere se dobândește printr-un proces real de soluționare a problemelor, pe parcursul căruia accentul se pune pe formarea cunoștințelor elevului într-o comunitate de gândire și pe dezvoltarea unui elev implicat într-un proces de învățare auto-direcționată, metacognitiv și reflectiv.

Astfel, gândirea metacognitivă și reflectivă prezintă o importanță esențială din perspectiva varietății de procese de gândire de ordin superior. Gândirea reflectivă, așa cum este aceasta definită de o serie întreagă de savanți după Dewey, reprezintă capacitatea de a înțelege modul în care înțelegem și de a ne gândi la modul în care gândim (Brown, 1987; Flavel, 1979). Metacogniția îndeplinește diferite roluri în promovarea proceselor de gândire de ordin superior. Având rol de supraveghere, gândirea reglementează și controlează procesele cognitive cu privire la metadate, inclusiv cunoașterea complexă a proceselor de gândire și a proceselor cognitive și a modului de constituire a acestora. Atunci când vorbim de învățare, cunoașterea metacognitivă vizează trei componente: cunoașterea obiectivului învățării, cunoașterea proceselor de gândire în general şi cunoașterea de sine, ca persoană care învață și gândește.

Perkins și Ritzhart (2004) au denumit gândirea de ordin superior „gândirea bună" și au prezentat trei aspecte esențiale ale căror componente sunt senzitivitatea, aptitudinile și capacitatea.

Aceste trei componente ale gândirii matematice pot fi corelate cu această definiție din punctul de vedere al aspectelor de ordin emoțional, lingvistic și cultural; din punctul de vedere al tendinței, modurilor de gândire, al tendinței inductive și al intuiției; din punctul de vedere al capacității, gradului de cunoaștere a limbajului matematic, în condițiile asigurării consecvenței matematice și capacității de a face reprezentări matematice schematice.

Bloom (1956) a explicat că axarea pe materiale care presupun memorarea, fără o încercare de a dezvolta aptitudini de gândire mai complexe, face ca învățământul (școlarizarea) să devină inutilă și irelevantă pentru elevi. În virtutea acestei constatări, obiectivul este acela de a încuraja niveluri înalte de gândire în procesul de învățare, de exemplu utilizarea cunoștințelor existente în noi cazuri și realizarea de creații originale, de către elevi, în baza cunoștințelor de care dispun. În acest context, au existat încercări de a defini și de a face un clasament al principalelor aptitudini cognitive de care dispun oamenii și de a le clasifica pe niveluri.

Cultivarea gândirii reprezintă obiectivul principal al tuturor unităților și programelor de învățământ. Conform acestui obiectiv, fiecare cadru didactic trebuie să cunoască modul în care este promovată gândirea la nivelul elevului. Însă, din perspectiva situației din sala de curs, această condiție nu este suficientă. „Cunoașterea, de către cadrele didactice, a nevoii de promovare a gândirii reprezintă o condiție prealabilă pentru asigurarea unui proces de învățare stimulator și interesant, însă se pune întrebarea dacă această condiție este și satisfăcătoare" (Zohar, 1996, p. 4).

Costa (Costa, 2001) susține că procesul de predare se derulează pe trei niveluri, prin intermediul cărora se evidențiază caracteristicile cadrului didactic care încurajează gândirea. Primul nivel este predarea pentru stimularea gândirii - cadrul didactic crează condiții propice pentru gândire, de exemplu: concepe planuri de lecții care conțin un nivel înalt de aspecte care dau naștere unor întrebări, lecții în care sunt integrate domenii de interes suplimentare, copredarea - colaborarea cu alți profesori în procesul de planificare și de contemplare a procesului de predare, și modalități de promovare a gândirii elevilor în sala de curs. Al doilea nivel este predarea gândirii - predarea directă a abilităților de gândire în cadrul diferitelor discipline, alături de implementarea intenționată și personalizată a abilităților de gândire de ordin superior prin lecții predate la diferite discipline. Al treilea nivel este predarea în funcție de gândire - cunoașterea aprofundată a varietății de stiluri de învățare și de gândire ale elevilor conduce la promovarea proceselor metacognitive în rândul elevilor, explică și demonstrează baza epistemologică a proceselor de comparare, de formulare a concluziilor și de dezvoltare a gândirii creative. Este important de precizat că în rândul elevilor se înregistrează diferențe semnificative din perspectiva dezvoltării abilităților metacognitive intuitive (Veenman et al., 2006).

Mulți savanți au subliniat rolul argumentelor in procesul de dezvoltare a gândirii de ordin superior și a gândirii formale; Kofi (1968) prezintă argumentul ca un concept esențial al studiilor de logică (teoria logicii) și îl definește după cum urmează: Fiecare set de argumente care se pretinde a fi unul dintre celelalte argumente, care este considerat a reprezenta o confirmare a respectivului"(P. 27).

Există multe studii care au analizat contribuția argumentelor la dezvoltarea gândirii și variabilele argumentelor care influențează capacitatea nivelului de argumentare. Constatările acestor studii sunt diverse și chiar contradictorii. Există constatări care reliefează aptitudinile de argumentare native la care apelează oamenii, alte constatări care evidențiază limitările umane cu privire la procesul de constituire și evaluare a argumentelor, dar și constatări care prezintă opțiuni și direcții pentru depășirea acestora limitări.

Sunt cazuri în care în sala de curs se pune o întrebare la care un elev răspunde imediat, însă când acestui elev i se soilicită să-și motiveze răspunsul, acesta devine confuz și nu-și poate argumenta răspunsul. Capacitatea de a furniza explicații și motivații în mod corect, prin intermediul unor operații logice care fundamentează explicațiile, poartă denumirea de cunoaștere formală. De cealaltă parte, cunoașterea intuitivă, conform definiției dată de Fischbein (1987), reprezintă un tip de cunoaștere imediată și înnăscută, neexistând îndoieli cu privire la veridicitatea acesteia. Întrebarea care se ridică în acest context este: Cum putem să știm ceva ce nu a fost învățat și să fim siguri de ceva cu privire la care nu putem furniza explicații? Răspunsul este acela că intuiția nu este un instinct, ci mai degrabă rezultatul unui proces îndelungat de învățare, însă nu o învățare de tip explicit precum cea dobândită la școală, în sala de curs (Melamed, 2000). Fischbein a explicat că pe parcursul procesului de predare, după o perioadă semnificativă de timp, care poate fi diferită de la o persoană la alta, cunoaștere formală se poate dovedi a fi cunoaștere intuitivă - chiar dacă astfel de situații nu se întâmplă în mod frecvent (Fischbein, 1987). Asta în condițiile în care putem oferi o interpretare pentru ceva ce nu am mai văzut niciodată, întrucât acordarea unei semnificații unui lucru perceput de simțurile noastre reprezintă felul nostru de organizare, iar intuiția, în centrul său, este un răspuns la simțuri, deoarece prelucrarea organizată a datelor face deja parte din procesul de gândire și nu din intuiție (Sperd, 2000).

Cercetătorii au conferit o diversitate de definiții noțiunii de intuiție, acestea reliefând semnificații multiple. Gândirea intuitivă este caracterizată de consecvență și iminență, este înțeleasă în prealabil și dă senzația că nu este nevoie de dovadă sau de investigare a corectitudinii (Tirush, Bresh, Tzamir & Klein, 2000). În conformitate cu Vinner, intuiția este o percepție clară cu privire la o situație în care informația este neclară sau incompletă, fiind ascunsă de mecanisme care generează un sentiment de iminență, de încredere (Vinner, 2000). Intuiția se manifestă în procesul de formulare a ipotezelor și a explicațiilor și de interpretare a faptelor și, de asemenea, nu acceptă alternative (Tirush, Bresh, Tzamir & Klein, 2000).

În multe cazuri, elevii se bazează pe intuiție pentru a trage concluzii pripite și evită parcurgerea stadiilor intercorelate care sunt necesare pentru constituirea unei dovezi adecvate. Uneori, intuiția constă în reprezentări vizuale şi emblematice și, drept urmare, este dificil de formulat în cuvinte (Avinon, 2014). Acesta este principalul motiv din cauza căruia elevului căruia i se solicită să explice motivele care l-au făcut să dea un răspuns la o întrebare adresată în sala de curs, îi este dificil să facă acest lucru. Concluzia sau judecata desprinsă pe baza intuiției este directă și nu necesită mediere prin conținut sau concepte externe. Conform celor de mai sus, cerința de bază a unei intuiții corecte este reprezentată de cunoaștere.

În cazul în care unui copil i se dau două grămezi de monede, acesta poate aprecia cu ușurință care grămadă conține mai multe monede, însă îi va fi dificil să estimeze care dintre grămezi are valoarea mai mare, în cazul în care fiecare monedă are o valoare diferită. Intuiția pe baza căreia copilul știe unde să găsesc mai multe monede este diferită de operația aritmetică aferentă determinării grămezii cu valoare mai mare, care depinde de valoarea fiecăreia dintre monede. Capacitatea de a aprecia unde se găsește valoarea mai mare reprezintă un proces de învățare și, pe măsură ce înaintăm în vârstă și dobândim noi cunoștințe, acest proces se schimbă, din operație aritmetică în intuiție pe baza căreia putem aprecia valoarea unei grămezi de monede. Capacitatea de a aprecia unde se găseşte valoarea mai mare reprezintă un proces de învățare și, pe măsură ce înaintăm în vârstă și dobândim noi cunoștințe, acest proces se schimbă, din operație aritmetică în intuiție pe baza căreia putem aprecia valoarea unei grămezi de monede. În conformitate cu Piaget, organizarea unui set de bețișoare, de la cel mai mic la cel mai mare, este posibilă numai datorită capacității de construi o imagine a unei scări la care folosim acele bețișoare. Selectarea celui mai mic bețisor și, apoi, căutarea bețisorului care urmează ca mărime, are loc numai la grupa de vârstă 6,5 - 7 ani. Înainte de a fi încadrat la grupa de vârstă 5 - 7 ani, copilul nu are capacitatea de a defini concepte, cu excepția indicării de obiecte potrivite sau definirii acestora în funcție de utilizarea acceptabilă pe care o au pentru acesta (Piaget, 1969). Primele experiențe ale copilului și modul în care intuițiile primare se vor modela și modifica pentru a deveni gândire, constituie fundamentul pentru analizarea unor experiențe similare în viitor și, la un moment ulterior, vor deveni fundamentul pentru perceperea situației în cazul întrebărilor matematice. Este de remarcat faptul că matematica este un domeniu vast, iar intuițiile matematice nu indică în mod neapărat intuiții matematice și în alte domenii (Sperd, 1994).

În consecință, în cadrul programei de învățământ din Israel (2006) se pune accent pe soluționarea problemelor, acest aspect reprezentând unul dintre principalele obiective. Programa de învățământ pune accent pe folosirea instrumentelor matematice în scopul soluționării problemelor din diferite contexte ale mediului înconjurător, dar și a problemelor multi-stadiu și permanente care presupun utilizarea cunoștințelor dobândite anterior și integrare între discipline. În mod similar, și noua programă de învățământ din SUA (Common core, 2010) prezintă soluționarea problemelor ca fiind obiectivul principal, esențial, al învățării matematicii (Hershkovitz, 2014, p. 9).

Specialiștii în domeniul psihologiei cognitive din anii '80 (Schank & Abelson, 1977; Anderson, 1980) se refereau la scheme ca reprezentând o rețea semantică, care reflectă relații sau scenarii comportamentale, de exemplu, tipul comportamental adoptat la o petrecere sau într-un restaurant. Conform definiției dată de Howard (1987), o schemă este o reprezentare mentală a aspectelor care caracterizează mediul înconjurător. O schemă are celule legate una de cealaltă, care interacționează una cu cealaltă în conformitate cu stimulii primiți, pentru a produce evenimentul specific respectivei scheme. Conform caracterizării oferite de Rumelhart și Norman (1985), schema reprezintă structura de date folosită pentru reprezentarea conceptului general păstrat în memorie. Există scheme de generalizare a obiectelor, evenimentelor, scenariilor și operațiilor.

De multe ori, schemele reprezintă un prototip al conceptelor, servind drept modele pentru lumea din jur. Atunci când datele sunt prelucrate prin intermediul schemelor, trebuie să identificăm care este schema optimă din perspectiva stimulării primite.

Majoritatea cercetătorilor și cadrelor didactice recunosc semnificația dovezii în științe și matematică. Cu toate acestea, în cadrul comunității educaționale pentru matematică nu există o definiție agreată cu privire la dovada matematică. Definiția oficială a noțiunii de dovadă, conform lui Hempel (1945a), este: "dovada matematică reprezintă un sistem de axiome cu caracter deductiv, plecând de la noțiuni de bază care nu pot fi definite, precum punctul, și axiome care constituie ipoteze nedovedite în cadrul teoriei în sine. După ajungerea la un consens cu privire la noțiunile de bază și principale, a fost elaborată întreaga teorie, în timp ce fiecare concept în parte a fost definit prin concepte și axiome de bază, iar fiecare teoremă a fost obținută în mod logic din teoremele de bază (Hempel, 1945b).

Mulți cercetători au purtat discuții pe marginea predării matematicii, și în special pe marginea dovezii matematice. Este foarte important să ținem seama de cunoștințele cadrelor didactice în materie și să le evidențiem, fiind totodată important să subliniem restricțiile și provocările cu care se confruntă aceștia din perspectiva predării acestei discipline. Mulți cercetători au pus accent pe cunoștințele matematice ale cadrelor didactice în sensul predării axate pe evidențierea dovezii matematice.

Conform constatărilor unui număr mare de studii, în rândul elevilor de diferite vârste se manifestă o tendință de gândire tip inductiv. Lovell (1971) și Bell (1976) au fost printre primii specialiști care s-au aplecat asupra acestui subiect. Lovell a efectuat un studiu care a vizat elevii din grupa de vârstă 14-15 ani și a constatat că, la această vârstă, mulți dintre elevi încă nu-și dezvoltaseră capacitatea de a gândi pe bază de raționament deductiv. În cadrul studiului realizat de Bell, care a vizat tot elevi din grupa de vârstă 14-15 ani, elevilor li s-a cerut să-și justifice afirmațiile matematice, și, cu toate că elevii aveau cunoștințe de algebră, au folosit, în mare majoritate, exemple numerice, ceea ce reliefează o tendință de raționament inductiv în rândul elevilor. Bell a susținut că elevii de această vârstă pot să identifice și să descrie modele și relații, dar nu le pot justifica și nu pot formula concluzii. Conform rezutatelor altor studii derulate în școli elementare, elevii au manifestat tendința de a folosi metode de raționament inductiv atunci când li s-a cerut să argumenteze afirmații matematice. (Aharon, 2000; Healy & Hoyles, 2000; Almedia, 2001; Balacheff, 1988).

Consecvența reprezintă o proprietate esențială în matematică, precum și o afirmație matematică valabilă, fiind totodată un produs logic necesar al teoremelor anterioare. Consecvența matematică reprezintă o componentă semnificativă în procesul de dezvoltare a gândirii matematice în rândul elevilor; formarea gândirii matematice este extrem de dificilă în lipsa unei consecvențe adecvate cu privire la relațiile dintre noțiunile matematice, indiferent de vârstă. De aici și principala măsură pentru analizarea perioadei teoriei matematice: o teorie matematică trebuie să fie concepută astfel încât o teoremă și negarea acesteia să nu poată exista în mod simultan în cuprinsul respectivei teorii (Tirush, 1995, p. 329).

Matematicienii obișnuiau să considere că domeniul de studiu Matematică este un domeniu consecvent format din axiome și teoreme matematice care nu pot face obiectul contrazicerii și care au calitatea de teoreme cu un caracter definitiv. Matematicienii se referă la acest domeniu ca lumea naturii, având un conținut consecvent. Această opinie și percepție au fost valabile până în secolul XIX, însă, după geometriile non-euclidiene din secolul XIX, referința cu privire la conținutul acestui domeniu s-a schimbat. În conformitate cu această nouă percepție, teoria matematică este considerată a fi valabilă atâta timp cât își păstrează consecvența internă, iar o afirmație matematică este valabilă dacă provine, prin concluzii logice, dintr-un sistem dat de concepte de bază și axiome (Hempel, 1945a).

Această cercetare se bazează pe trei studii, derulate în trei școli din comunitatea arabă din Israel. **Studiul 1** este un studiu cantitativ, la care au participat 267 de elevi din clasele 4 - 6 care studiază în școli elementare din comunitatea arabă. **Studiul 2** este un studiu calitativ, la care au participat 12 cadre didactice ale elevilor cuprinși în studiul 1. **Studiul 3** conține analize statistice suplimentare concepute cu scopul de a testa valabilitatea unei scheme care descrie evoluția gândirii.

După cum am arătat în diagrama care descrie evoluția gândirii formale în matematică și în general, se manifestă un proces de feedback recurent pe tot parcursul anilor școlari, în paralel cu stadiile de dezvoltare psihointelectuală parcurse de elevi. Această schemă a fost validată prin intermediul unei analizări temeinice a variabilelor, cu utilizarea de tehnici cantitative și calitative. Puterea explicativă a fenomenului descris este foarte mare, fiind în concordanță cu literatura de specialitate care l-a precedat, oferind soluții la problemele semnificative reliefate de lucrările anterioare.

Constatările studiului de față indică faptul că procesul nu este atât de liniar și de unidirecțional precum ar sugera teoria lui Piaget. După părerea mea, prezentul document reprezintă o afirmație care coincide cu experiența personală a cadrelor didactice care predau matematică și alte discipline științifice, putând fi înțeleasă în mod intuitiv de aceștia. În consecință, conform opiniei mele, cadrul descriptiv propus în acest studiu poate sprijini atenuarea, într-o oarecare măsură, a contradicției cu care se confruntă un număr mare de cadre didactice, respectiv contradicția dintre cunoașterea formală cu privire la dezvoltarea intelectuală a elevilor și situația întâlnită în practică.

În consecință, se impune o reformă semnificativă. Din păcate, în Israel, reformele realizate în ultimii ani cu privire la predarea matematicii s-au concentrat pe clasele 11 și 12, în special din cauza faptului că, pentru aceste clase, rezultatele se pot regăsi în notele înscrise în certificatul de absolvire. Cu toate acestea, constatările din studiul de față se adresează celor care doresc să facă o schimbare reală cu privire la calitatea predării matematicii, astfel încât școlile elementare și profesorii din cadrul acestora să poată culege roadele în anii următori.

REZUMAT

Obiectiv: Studiul de față analizează, de o parte, preferințele elevilor din învățământul primar cu privire la utilizarea considerentelor de ordin inductiv atunci când se

confruntă cu afirmații matematice și atunci când analizează raționamente inductive cu rol de dovadă matematică pentru o afirmație matematică; de cealaltă parte, studiul analizează atitudinile manifestate în rândul cadrelor didactice cu privire la tipurile de argumentare.

Metodologia: Studiu la care au participat 267 de elevi din comunitatea arabă, care învață în trei școli diferite din Israel, în clasele 4 - 6. Studiul, care se bazează pe sarcinile de argumentare în matematică stabilite de Healy şi Hoils (1998), cuprinde astfel de sarcini pentru disciplinele algebră și geometrie. În plus, a fost de asemenea administrat un interviu semistructurat la care au participat 12 profesori de matematică din școlile mai sus menționate.

Rezultate: Constatările desprise în urma studiului susțin ipotezele cercetării efectuate, respectiv (a) Între clasele 4-6, se va înregistra o diferență cu privire la preferințele elevilor în legătură cu tipurile de gândire; (b) Probabilitatea de acceptare a raționamentului tautologic și inductiv este mai mică în cazul elevilor de clasa a 6-a, comparativ cu elevii de clasa a 4-a; (c) Elevii de școală elementară au tendința de a prefera argumentele empirice (precum raționament inductiv și exemple) ca și abordare, mai degrabă decât argumentele cu privire la care cred că ar genera notele cele mai mari din partea cadrelor didactice. Cu toate acestea, constatările nu susțin ipoteza conform căreia se va înregistra o diferență în legătură cu preferințele cadrelor didactice pentru diferitele tipuri de gândire. Constatările studiului, precum și implicațiile de natură practică ale acestora, sunt abordate împreună cu recomandări privind profesorii și educatorii în domeniul matematicii şi cu activități de formare a cadrelor didactice.

Selected Bibliography

1. Avinon, Y. (2014). The cultivation of intuitive thinking in and around education, 6. Kibbutzim College.
2. Bloom, B.S. (ed.) (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain, Longmans, Green, Toronto.
3. Brown, A. (1987). Metacognition, Executive, Control, Self Resolution and other more Mysterious Mechanisms. In F.E. Weinet & R.H. Kluer (Eds), Metacognition. Motivation, and Understanding. Hillsdale, Erlabaum. NY.
4. Common core State Standards for Mathematics (2010). [retrieved September, 2013, from:] http://www.corestandards.org/assets/CCSSI–Math%20Standards.pdf .
5. Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Toward an anatomical and Functional Model of Number processing. Mathematical cognition, 1(1), 83-120.
6. Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: An educational approach. Dordrecht, Holland: D. Reidel.
7. Flavel, J. H. (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring – A New Era of Cognitive-Developmental Inquiry. American Psychologist, 34, 906-911.
8. Flores, A. (2002). How Do Children Know That What They Learn in Mathematics is True?, Teaching Children Mathematics, 8, pp. 5, 269-274.
9. Glasner, A. & Schwartz, B. (2001). From the Benefactor called for the understanding of the Naqara: Lailat in the texts. Script, 2, pp. 43-11.

10. Hanna, G (1989). Proofs that prove and proofs that explain In G Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol II, (pp. 45-51), Paris.
11. Harel, G. (1998). Two dual assertions: The first on learning and the second on teaching (or vice versa). American Mathematical Monthly, 105, pp. 497–507.
12. Hempel, C. (1945a). On the nature of mathematical truth. American Mathematical Monthly 52, pp. 543-556.
13. Hempel, C. (1945b). Geometry and empirical science. American Mathematical Monthly 52, pp. 7-17.
14. Hershkowitz, S. (2014). Is this a problem?: Numerical Problems in Natural Numbers in Elementary School. CET: The Center for Educational Technology - Tel Aviv.
15. Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. ZDM Mathematics Education, 47, pp. 1107 – 1120.
16. Melamed, A. (2000). Intuition in changing worlds. Ala, 26, pp. 9-12. New York: Macmillan.
17. Perkins, D., & Ritchhart R. (2004). When Is Good Thinking? In D. Y Dai., R.J. Sterenberg (eds.), Motivation Emotion and Cognition. Integrative Perspective on Intellectual Functioning and Development. Lawrence Erlbaum. N.J. USA.
18. Piaget, J. (1965). The Child's conception of Number. New York: W.W. Norton & co.
19. Scheuermann, A. M., & van Garderen, D. (2008). Analyzing students' use of graphic representations: Determining misconceptions and error patterns for instruction. Mathematics Teaching in the Middle School. 13(8), pp. 471-477.

20. Schoenfeld, A. (1985). Mathematical problem solving. Orlando, FL: Academic Press.
21. Sigel, I.E. (1991).Parents Influence on Their Childrenws Thinking. In A.L. Costa (Ed), Developing Minds. A Resource Book for Teaching Thinking (pp. 43–46). ASCD Pablication USA.
22. Sperd, A. (1994). On mathematical thinking, mathematical research and curriculum development - sensing with Prof. Shimshon A. Amitzur. Ala, 15, pp. 7-12.
23. Sperd, A. (2000). Intuition as a metaphor. Ala, 26, pp. 42-49.
24. Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks. Educational Studies in Mathematics, 72, pp. 271–288.
25. Stanovich, K. (1999). Who is rational? Studies of individual differences in reasoning. Mahwah. N.J.: Erlbaum.
26. Stavy , R. & Tirosh , D. (2000) . How Students (MIS) understand science and mathematics, Intuitive rules. Teachers College Press.
27. Stein, N. L., & Miller C. A. (1993). The development of memory and reasoning skill in argumentative contexts: evaluating, explaining, and generating evidence.
28. Stylianides, A. J. (2007a). Introducing young children to the role of assumptions in proving. Mathematical Thinking and Learning, 9(4), pp. 361–385.
29. Swartz, R. J. (2008). Energining Learning. Educational leadership, 65 (5), 26-31.
30. Tall, D. (1989). The nature of mathematical proof. Mathematics Teaching, 128, pp. 28-32.
31. Tall, D. (1990). Inconsistencies in the Learning of Calculus and Analysis. Focus on Learning Problems in Mathematics, 12, pp. 49-63.

32. Tavares, M. L., Jimenez-Aleixandre, M. P., & Mortimer, F. E. (2010). Articulation of Conceptual Knowledge and Argumentation Practices by High School Students in Evolution Problems. Science and Education, 19, pp. 573-598.
33. Tirosh, D. Barash, E., Tzamir, P. and Klein, R. (2000) Psychological aspects in teaching mathematics. Tel Aviv: The Mofet Institute.
34. Tsamir, P. (2005). Enhancing prospective teachers' knowledge of learners' intuitive conceptions: the case of "Same A - Same B". Journal of Mathematics Teacher Education. 8, pp. 469-497.
35. Tsamir, P., Tirosh, D., &, Levenson, E. (2008). Intuitive non-examples: The case of triangles. Educational Studies in Mathematics. 69, pp. 81-95.
36. Van Dormolen, J. (1977). Learning to understand what giving a proof really means. Educational Studies in Mathematics, 8, pp. 27-34.
37. Veenman, M. V. J., & Beishuizen, J. J. (2004). Intellectual and metacognitive skills of novices while studying texts under conditions of text difficulty and time constraint. Learning and Instruction, 14, 619-638.
38. Vinner, S. (2000). Satisfaction of the need for certainty - intuition. Ala, 26, pp. 17-22.
39. Waltershausen, Wolfgang Sartorius von (1856). Gauss zum Gedächtniss (repr. 1965). Sändig Reprint Verlag H. R. Wohlwend. ASIN B0000BN5SQ. ISBN 3-253-01702-8.
40. Watson, A. & Mason, J. (2005). Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
41. Zohar, A. (1996). Learn, think and learn to think. Jerusalem: Branco Weiss Institute for Cultivation of thinking.